

# 新型非线性低频被动隔振系统设计及实验研究

彭超, 龚兴龙, 宗路航, 郭朝阳, 严启凡, 周鸿

(中国科学技术大学 近代力学系, 中国科学院材料力学行为与设计重点实验室, 合肥 230027)

**摘要:** 研制一种新型非线性低频被动隔振系统, 由三个特定形状的片弹簧对称分布构成, 具有较高静承载力及较低动态刚度, 可显著降低系统起止隔振频率; 通过隔振系统弹性元件一维无量纲模型, 分析其非线性行为, 且对隔振器力学特性进行实验研究; 建立一两自由度隔振实验平台, 对隔振系统进行隔振性能研究, 结果显示该隔振系统隔振效果明显。

**关键词:** 隔振; 低频; 非线性; 振动传递率

**中图分类号:** TH212; TH213.3 **文献标识码:** A

## Design and tests for a new type nonlinear low-frequency passive vibration isolation system

PENG Chao, GONG Xing-long, ZONG Lu-hang, GUO Chao-yang, YAN Qi-fan, ZHOU Hong

(CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials,

Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** A new nonlinear low-frequency passive vibration isolator was designed, it consists of three spring laminas with special shapes and distributed symmetrically. It could bear higher static loads and have lower dynamic stiffness, and could reduce obviously the vibration isolation frequency range of the system. Its nonlinear dynamic behavior was studied with a one-dimensional model of elastic elements and was tested. A 2-DOF vibration isolation platform was built and with it the vibration isolation behaviors of the system were studied. The results showed that the new isolator has a good effect of vibration isolation.

**Key words:** vibration isolation; low-frequency; nonlinear; vibration transmission rate

随着工业的迅猛发展,超精密加工与精密测量技术对工作环境要求越来越高。外界环境的微小振动将大大降低超精密仪器的加工精度,使各种精密测量出现较大误差,甚至致使测量无法进行。故精密仪器的隔振性能直接影响运行性能<sup>[1]</sup>。影响隔振性能的主要因素为隔振系统的固有频率与阻尼比,其中固有频率最重要,降低该频率可显著提高系统的隔振能力<sup>[2]</sup>。传统的隔振系统,能很好地对中高频带进行隔离,但因存在静承载力和低刚度之间的矛盾<sup>[3]</sup>,很难再降低系统的固有频率。目前对低频隔振通常采用空气弹簧<sup>[4-6]</sup>、多级隔振系统<sup>[7-9]</sup>、主动式隔振器<sup>[9-11]</sup>等。这些方式虽能有效降低系统的固有频率,但大多因结构复杂,造价昂贵,且需外加控制系统,能量消耗大等缺点,使这些隔振措施很难在实际工程中得到广泛应用。

为解决传统隔振器不适用于低频环境的隔振问

题,有研究将非线性弹性元件引入隔振系统,设计出非线性隔振器。该隔振器的动力学特性与所受静力载荷相关,通过设计该隔振器参数,可使隔振器能在保持较大承载力前提下刚度较低,从而实现低频甚至超低频隔振。Virgin<sup>[12]</sup>利用大变形弹性元件的几何非线性设计的非线性隔振器,在给定静载条件及变形量约束下可达到设定的动刚度值。王光远等<sup>[13]</sup>设计的具有非线性刚度双状态隔振器,利用不同使用工况载荷差异,使隔振器在不同使用环境中具有不同的等效刚度。姚正等<sup>[14]</sup>将大变形弹性滑动梁与线性弹簧并联,设计的弹簧—滑动梁隔振器,能在微幅振动条件下实现较宽隔振频带及较低隔振传递率。彭献等<sup>[15-18]</sup>研究的多种类似采用正负刚度并联的非线性超低频隔振器具有静态刚度高、动态刚度低、隔振频带宽等特点。

总之,非线性低频隔振系统的设计核心为在不降低隔振系统承载力前提下降低系统刚度,实现低频甚至超低频隔振。基于该思想,本文设计出一种非线性低频被动隔振系统,建立隔振器弹性元件的一维无量纲模型,分析其非线性力学特性;在此基础上设计出非线性低频被动隔振系统的试验样机,且对试验样机力

基金项目: 国家自然科学基金(11125210); 中国科学院知识创新工程(KJXC2-EW-I02)

收稿日期: 2012-01-18 修改稿收到日期: 2012-02-15

第一作者 彭超男, 博士生, 1984年生

通讯作者 龚兴龙男, 博士, 教授, 博士生导师, 1966年生

学特性及隔振性能进行实验研究。

### 1 隔振系统力学建模及特性分析

图1为本文设计的非线性隔振系统的原理示意图。该隔振系统由三片特定形状的非线性片弹簧对称分布构成弹性元件,弹性元件根部固定在底座上,与水平方向成一定夹角;顶端通过中心夹具连接在中心连接杆上,顶端与水平方向也成一定夹角。在中心连接杆上安装承载平台,承载台受到垂向外力作用沿垂向运动。

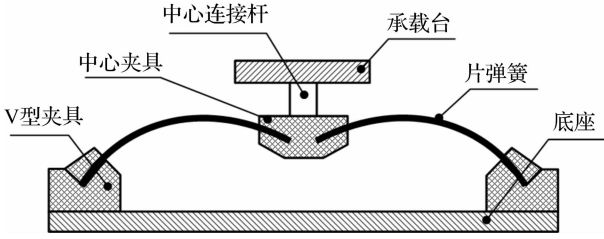


图1 非线性低频隔振系统示意图  
Fig.1 Schematic view of the nonlinear low frequency passive vibration isolator system

#### 1.1 弹性元件一维无量纲数学模型

针对图1所示结构,考虑弹性元件的对称性,选取其中一片弹簧片研究其力学特性。如图2所示,将弹簧简化为一维模型,弹簧片初始为无弯曲的平直状,其底部固定在底座夹具上,与水平向夹角为 $\theta_0$ ;顶端受到水平和垂直方向的作用后发生弯曲,弯曲后与水平方向夹角为 $\theta_l$ 。

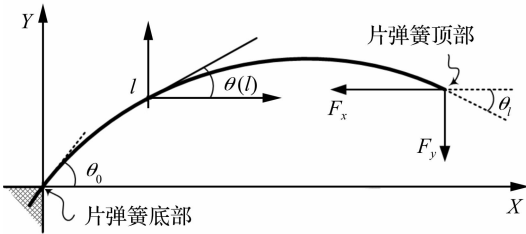


图2 片弹簧的一维简化模型  
Fig.2 One-dimensional simplified model of the spring blade

设弹簧片厚度为 $d$ ,长度为 $L$ ,宽度为 $\omega(l)$ , $l \in [0, L]$ 。 $d$ 远小于 $L$ 与 $\omega(l)$ ,变量 $l$ 为沿弹簧片的曲线坐标, $\theta(l)$ 为曲线坐标与直线坐标夹角。与载荷相比,弹簧片重量忽略不计,将其近似为无质量弹性线。弹簧片无受力状态时势能为0,其势能函数为:

$$U = \int_0^L \left\{ \frac{1}{2} EI(l) \left[ \frac{d\theta(l)}{dl} \right]^2 \right\} dl - F_x \left[ L \cos \theta_0 - \int_0^L \cos \theta(l) dl \right] - F_y \left[ L \sin \theta_0 - \int_0^L \sin \theta(l) dl \right] \quad (1)$$

式中: $F_x, F_y$ 分别为弹簧片端点处水平方向、垂直方向外力, $I(l)$ 为弹簧片横截面惯性矩, $E$ 为弹簧片弹性模量。

式(1)可改写为:

$$U = \frac{Ed^3 \omega(0)}{12L} \hat{U} - F_x L \cos \theta_0 - F_y L \sin \theta_0 \quad (2)$$

式中:

$$\hat{U} = \int_0^1 \left\{ \frac{1}{2\gamma(\xi)} \left[ \frac{d\vartheta(\xi)}{d\xi} \right]^2 + G_x \cos \vartheta(\xi) + G_y \sin \vartheta(\xi) \right\} d\xi \quad (3)$$

其中: $\gamma(\xi) = \omega(0)/\omega(l)$ ,  $\vartheta(\xi) = \vartheta(l/L) = \theta(l)$ ,  $\xi = l/L$ , $G_x$ 与 $G_y$ 为端点处水平方向、垂直方向无量纲外力。

$$G_i = \frac{12L^2}{Ed^3 \omega(0)} F_i, \quad (i = x, y) \quad (4)$$

由式(4)知,对一个给定形状 $\gamma(\xi)$ 的弹簧片,其力学性能完全由无量纲外力 $G_x$ 与 $G_y$ 确定。弹簧片端点无量纲化坐标为:

$$x = \frac{X}{L} = \int_0^1 \cos \vartheta(\xi) d\xi \quad (5)$$

$$y = \frac{Y}{L} = \int_0^1 \sin \vartheta(\xi) d\xi \quad (6)$$

系统稳定时势能最小,即泛函 $\hat{U}$ 取极值。可通过欧拉方程求解得两个一阶方程:

$$\frac{dp}{d\xi} = G_x \sin \vartheta(\xi) - G_y \cos \vartheta(\xi) \quad (7)$$

$$\frac{d\vartheta}{d\xi} = \gamma(\xi) p \quad (8)$$

式中: $p$ 为中间变量。边界条件为:

$$\vartheta(0) = \theta(0) = \theta_0, \quad \vartheta(1) = \theta(1) = \theta_l \quad (9)$$

因此,在给定弹簧形状与边界条件后,求解弹簧片的力学行为转化成一阶方程组的边值问题。

#### 1.2 弹性元件非线性力学特性

设计弹簧形状时,尽量使弹簧片内的应力分布均匀,工作在低刚度区时应力较小。本文采用的弹簧片形状方程为:

$$\gamma^{-1}(\xi) = c_1 + c_2 \cos(\beta\xi) + c_3 \sin(\beta\xi) \quad (10)$$

式中: $c_1 = -0.377$ ,  $c_2 = -1.377$ ,  $c_3 = 0.195$ ,  $\beta = 1.361$ 。

取边界条件: $\vartheta(0) = \pi/4$ ,  $\vartheta(1) = -\pi/6$ ,求解得到图3(a)中无量纲垂直载荷 $G_y$ 和无量纲垂直位移 $y$ 之间的关系,其中每条曲线对应不同弹簧片端点处的水平位移 $x$ 。坐标值越小,片弹簧弯曲程度越大,顶端位移亦越大。

图3(a)中,随着水平位移的增大,弹簧逐渐表现出非线性,曲线中间逐渐出现一段平缓区,随着水平位移的增大平缓区逐渐增大。将图3(a)中的 $G_y$ 对 $y$ 求导,即得图3(b)中弹簧片垂向刚度 $k_y$ 与无量纲垂直位移 $y$ 的关系曲线。图3(b)中,弹簧片垂向刚度 $k_y$ 随着顶端垂向位移 $y$ 的增大,先减小后变大,在特定区域内出现

明显的低刚度特性。在相同弹簧片顶端垂向位移  $y$  下,水平位移越大,弹簧片垂向刚度也越小。当  $x = 0.905$  时,弹簧片最低刚度为  $0.46$ ,非常小。由此可见,将隔振器工作点设置在垂向刚度最低位置附近,即能实现低频甚至超低频隔振。

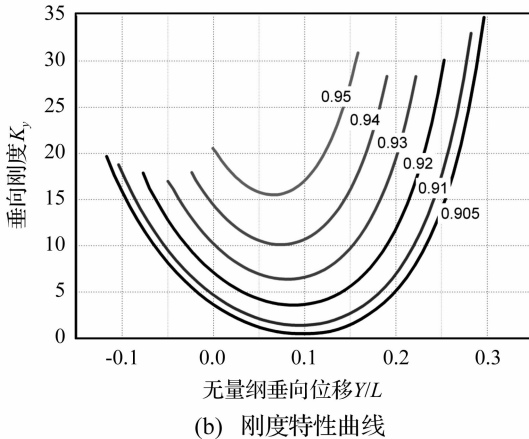
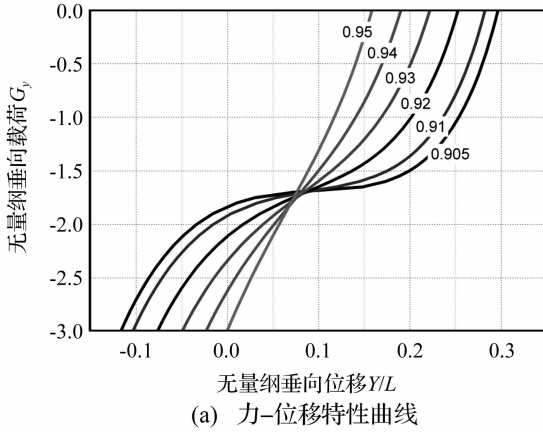


图3 片弹簧的非线性力学特性

Fig.3 The nonlinear mechanical characteristic of the spring blade

## 2 隔振系统设计及力学特性实验

### 2.1 隔振系统设计

据以上原理,结合实际应用需要,本文设计的隔振系统如图4所示。图4(a)为隔振系统实物图,图4(b)为单个片弹簧实物图。三个片弹簧对称分布构成隔振系统弹性元件,弹性元件底部通过V型夹具固定在底座圆环上,与水平方向夹角为 $45^\circ$ ;弹性元件顶端连接在六角形中心夹具上,与水平方向夹角为 $-30^\circ$ 。中心夹具通过中心连接杆与承载台连接。片弹簧材料为 $60\text{Si}_2\text{CrVA}$ ,其抗拉强度和屈服强度分别为 $1\ 862\text{MPa}$ , $1\ 666\text{MPa}$ ,弹性模量为 $196\text{GPa}$ 。弹簧片有效长度(不包含与夹具的连接长度) $90\text{mm}$ ,宽 $25\text{mm}$ ,厚 $1.6\text{mm}$ 。片弹簧顶端无量纲水平位移 $x = 0.92$ ,隔振系统额定工作载荷为 $95\text{kg}$ 。

### 2.2 静力学特性实验

为研究隔振系统静力学特性,用MTS80试验机对弹簧片组合结构进行静力加载试验,如图5所示。

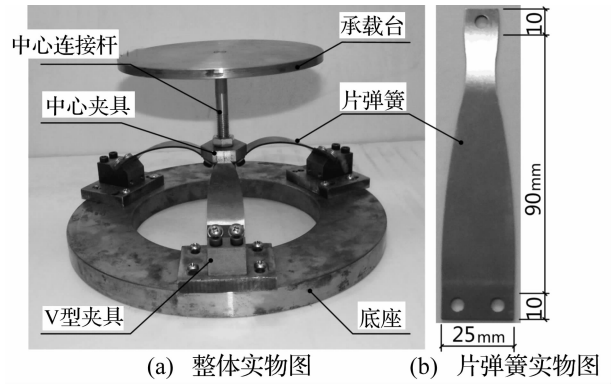


图4 非线性低频被动隔振系统

Fig.4 The photograph of the nonlinear low frequency passive vibration isolator system

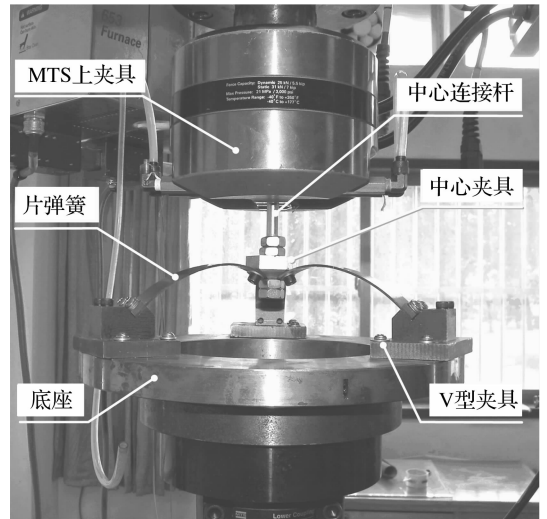


图5 隔振系统静力学特性实验装置

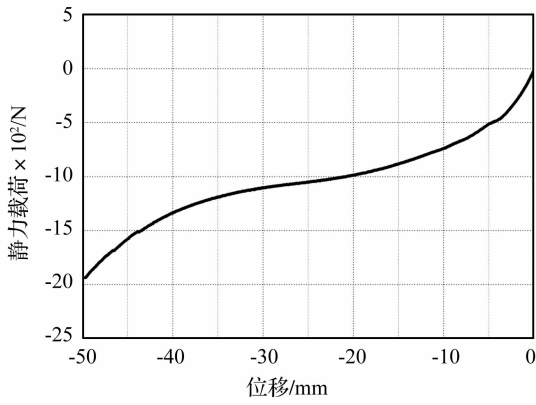
Fig.5 Static experiment set-up of the vibration isolator system

试验中采用控制位移方法进行缓慢加载,得到载荷-位移曲线如图6(a)所示。由图可见,隔振系统载荷-位移关系曲线存在明显非线性行为。随着位移的增加,曲线斜率先逐渐减小,后又逐渐增加,在特定区间内,曲线斜率变得非常小,即曲线变得非常平缓。对隔振系统载荷-位移关系曲线进行微分计算,得隔振系统刚度特性曲线如图6(b)所示。由图可见,弹簧片组合结构刚度先减小后增大,在位移为 $-10 \sim -40\text{mm}$ 区间内,隔振系统表现出明显的低刚度特性。最小刚度值为 $12.36\text{N/mm}$ ,此时相对位移为 $-24.7\text{mm}$ ,隔振系统载荷为 $1\ 048\text{N}$ 。说明弹簧片组合结构静支撑能力并未随弹簧刚度的减小而减小,此为非线性隔振系统优于线性弹簧的特点之一。

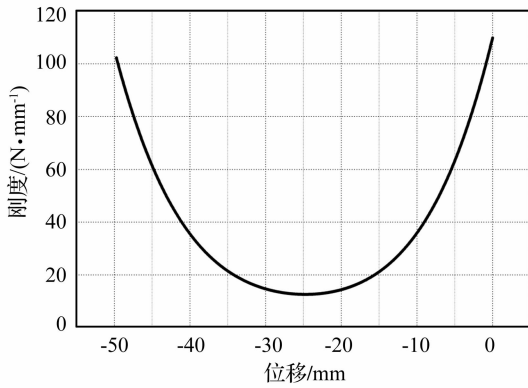
### 2.3 动力学特性实验

为方便测试隔振器动力学特性,本文通过吊装质量块方式测量隔振系统动力学特性。测试装置如图7所示,其中图7(a)为实验装置示意图,图7(b)为实验装置实物图。

试验中在隔振系统上吊加一定重量质量块,采用带锤头的激励锤,快速敲击质量块提供脉冲激励,利用



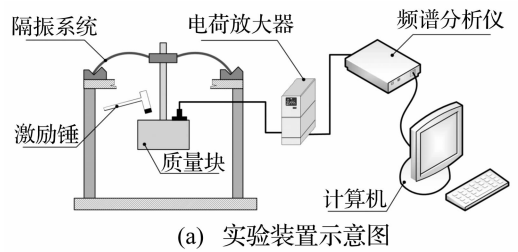
(a) 力-位移关系实验曲线



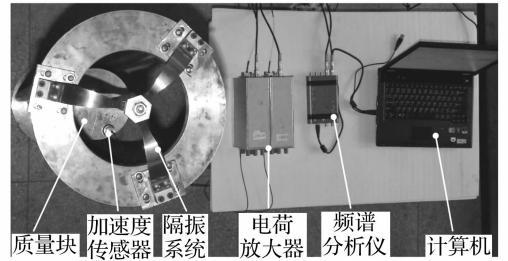
(b) 刚度特性曲线实验结果

图6 隔振系统静力学特性曲线

Fig. 6 The static characteristic curve of the vibration isolator system



(a) 实验装置示意图



(b) 实验装置实物图

图7 隔振系统动力学实验装置

Fig. 7 Dynamic experiment set-up of the vibration isolator system

质量块上布置的加速度传感器测得质量块加速度信号,通过电荷放大器输入频谱分析仪,得出自功率谱曲线。试验载荷范围从60~115 kg,载荷增量为2.5 kg。测试隔振器在每一载荷下的自功率谱曲线,测试结果如图8所示。

图8中每条实体曲线即为横坐标上对应载荷下隔振系统的自功率谱曲线。其峰值点对应的纵坐标上频率值即该载荷下隔振系统固有频率值。将不同载荷下

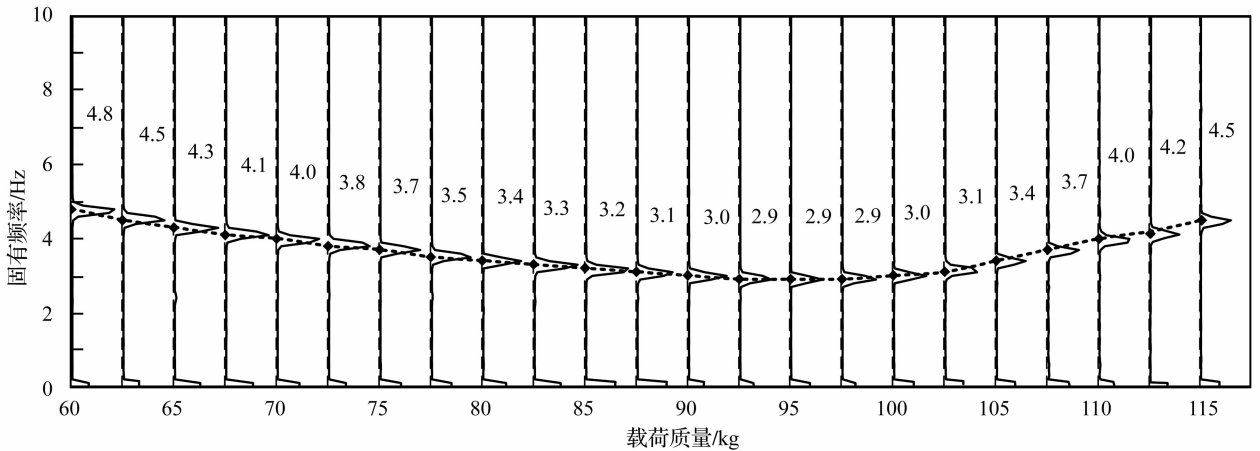


图8 不同实验载荷下自功率谱曲线

Fig. 8 The auto power spectrum curve at various test load

固有频率值相连,即可得到隔振系统固有频率随载荷质量的变化曲线,如图9所示。

由9图可见,随着载荷的增加,垂向隔振频率先减小后增大,最小固有频率值为2.9 Hz。实验数据显示,当载荷为77.5~105 kg时,垂向隔振系统固有频率均小于 $5/\sqrt{2}=3.53$  Hz,即此时隔振系统起始隔振频率小于5 Hz,且在载荷为92.5 kg,95 kg,97.5 kg时,隔振系统频率均达到最小值2.9 Hz。可见垂向隔振系统能在很宽的负载荷区间内实现低频隔振要求。

### 3 隔振性能实验研究

隔振传递率为隔振系统重要性能指标,表征隔振效果的好坏。隔振传递率越小,说明隔振器传递到被隔振对象上的运动或力越小,隔振效果越好。为考核隔振系统的隔振性能,本文搭建起两自由度隔振平台,建立图10所示隔振实验测试系统,其中图10(a)为测试系统示意图,图10(b)为测试系统实物图。

如图10所示,隔振实验平台主要由基础质量块、

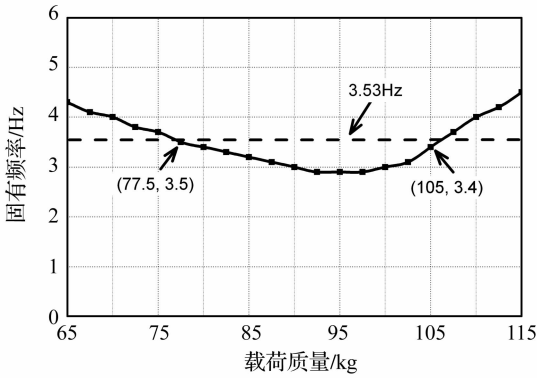
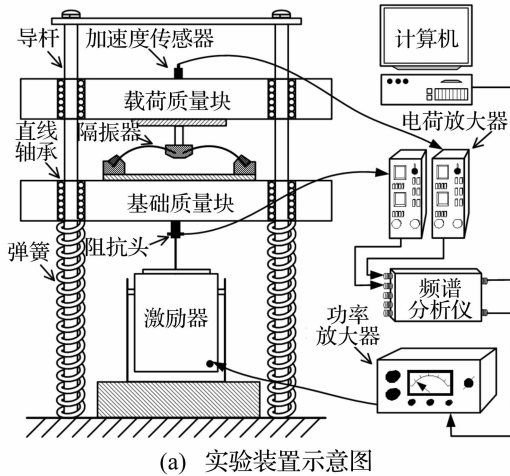
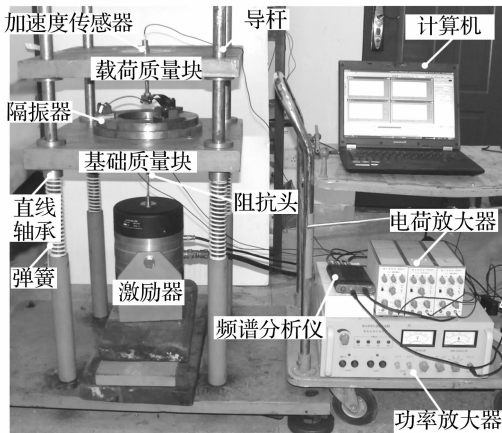


图9 隔振系统固有频率特性  
Fig. 9 The frequency characteristic of the vibration isolator system

载荷质量块、导杆、弹簧等构成。在基础质量块下面安装激励器,通过激励器激励基础质量块产生振动;激励器和基础质量块之间安装阻抗头,可测试基础质量块上的力和加速度;在基础质量块和载荷质量块之间安装本文设计的非线性低频隔振器;载荷质量块上安装加速度传感器,可测量载荷质量块加速度大小。基础质量块及载荷质量块在导杆的限制下只沿垂向运动,且在基础质量块和导杆、载荷质量块和导杆之间安装



(a) 实验装置示意图



(b) 实验装置实物图

图10 隔振性能实验系统

Fig. 10 Experimental set-up for evaluating the vibration attenuation performance

直线轴承,保证垂向运动的流畅性。

实验中,频谱分析仪提供的激振信号通过功率放大器和激振器对基础质量块施加给定频率和大小 的激振力。通过阻抗头和加速度传感器分别获基础质量块和载荷质量块的加速度信号。加速度信号通过电荷放大器传输到频谱分析仪中进行分析可得隔振器传递率。保证激振力大小不变,进行频率扫描实验,可得隔振系统传递率随频率变化的关系。激励力 100 N,频率 3 ~ 8 Hz,基础质量 120 kg,载荷质量 95 kg,实验结果如图 11 所示。

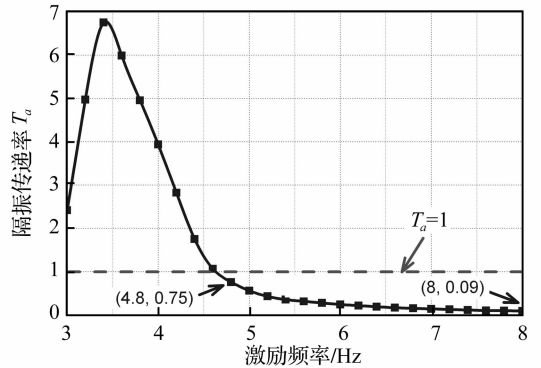
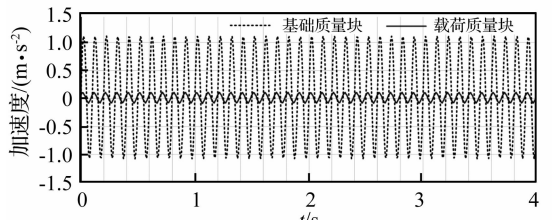
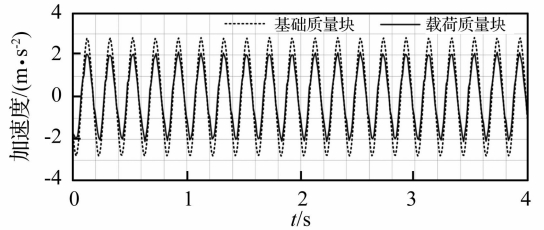


图11 隔振系统振动传递率

Fig. 11 The vibration transmission curve of the vibration isolator system



(a) 激励频率8 Hz, 振动传递率0.09



(b) 激励频率5 Hz, 振动传递率0.75

图12 加速度时域信号图

Fig. 12 Acceleration time-domain signal

图 12(a)、图 12(b)为激励频率 8 Hz、5 Hz 时基础质量块和载荷质量块上加速度时域对比图,其隔振传递率分别为 0.09 和 0.75。图中点线为基础加速度时域曲线,实线为载荷质量块上加速度曲线。可见,载荷质量块加速度较基础质量块加速度明显减小,且激励频率越大,隔振系统传递到基础上的加速度越小,隔振效果越显著。

由图 11 可见,随着频率的增大其隔振传递率先增大后减小,当激励频率为 4.8 Hz 时,振动传递率为 0.75。

当激励频率大于4.8 Hz,隔振传递率小于1,说明隔振系统的起始隔振频率小于4.8 Hz,起始隔振频率较小。随着激励频率的不断增大,隔振传递率越来越小,即隔振效果越来越好。

## 4 结论

(1) 本文设计了新型非线性低频隔振系统,建立隔振系统弹性元件一维无量纲数学模型,并计算和分析了其非线性力学行为。结果显示:系统刚度呈现明显非线性,通过参数可在一定区间实现较低刚度。

(2) 对隔振系统进行静力学特性和动力学特性实验。静力学实验结果显示:隔振系统在位移为 $-10 \sim -40$  mm区间内表现出明显低刚度特性,最小刚度为12.36 N/mm,此时隔振系统承载重量为1 048 N,承载力较大。动力学特性实验结果显示:工作载荷为77.5~105 kg时,垂向隔振系统固有频率最小为2.9 Hz,隔振系统能在较宽载荷区间内实现低频隔振要求。

(3) 建立了两自由度隔振实验平台,并基于此平台上对隔振系统隔振性能进行考核实验,结果显示:激励频率大于等于4.8 Hz时,隔振传递率小于1,即起始隔振频率小于4.8 Hz。且隔振传递率随激励频率的增大而逐渐减小,表现出良好的隔振性能。

### 参考文献

- [1] 袁哲俊,王先逵.精密和超精密加工技术[M].北京:机械工业出版社,1999.
- [2] 倪振华.振动力学[M].西安:西安交通大学出版社,1989.
- [3] 张建卓,李旦,董申,等.欧拉压杆在超低频垂直隔振系统中的应用研究[J].机械强度,2004,26(3):237-241. ZHANG Jian-zhuo, LI Dan, DONG Shen, et al. Study on Euler column spring used in ultra-low frequency vertical vibration isolation system [J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(3): 237-241.
- [4] 贺亮,周永清,朱思洪.基于激振法的空气弹簧垂向刚度和阻尼特性研究[J].振动与冲击,2008,27(7):167-170. HE Liang, ZHOU Yong-qing, ZHU Si-hong. Study on vertical stiffness and damping of air spring based on excitation method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(7): 167-170.
- [5] 王家胜,朱思洪.带附加气室空气弹簧动刚度的线性化模型研究[J].振动与冲击,2010,29(6):1-3. WANG Jia-sheng, ZHU Si-hong. Linearized model for dynamic stiffness of air spring with auxiliary chamber [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(6): 1-3.
- [6] 满楠,张新娜,李东升.空气弹簧隔振系统试验研究与性能分析[J].噪声与振动控制,2010,30(4):89-92. MAN Nan, ZHANG Xin-na, LI Dong-sheng. Experimental study and performance analysis of air spring vibration isolation system [J]. Noise and Vibration Control, 2010, 30(4): 89-92.
- [7] Sun T, Huang Z Y, Chen D Y. Signal frequency-based semi-active fuzzy control for two-stage vibration isolation system [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 280(3): 965-981.
- [8] 段小帅,梁青,陈绍青,等.双层隔振系统隔振效果评价

- 与试验[J].振动、测试与诊断,2010,30(6):694-697. DUAN Xiao-shuai, LIANG Qing, CHEN Shao-qing, et al. Evaluation and experiment on vibration-isolation effect of double-stage vibration-isolation system [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 694-697.
- [9] 宋春生,胡业发,周祖德.磁悬浮支承双层隔振系统的半主动模糊隔振控制[J].振动与冲击,2009,8(9):30-32. SONG Chun-sheng, HU Ye-fa, ZHOU Zu-de. Semi-active fuzzy control for a floating raft isolation system with magnetic suspension supporting [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 8(9): 30-32.
  - [10] 王加春,董申,李旦.超精密机床的主动隔振系统研究[J].振动与冲击,2000,19(3):54-56. WANG Jia-chun, DONG Shen, LI Dan. The study on active isolation system of ultra-precision turning machine [J]. Journal of Vibration and Shock, 2000, 19(3): 54-56.
  - [11] 侯军芳,白鸿柏,赵海涛,等.基于Riccati不等式的微动隔振平台鲁棒性能控制器设计[J].振动工程学报,2009,22(4):340-344. HOU Jun-fang, BAI Hong-bai, ZHAO Hai-tao, et al. Robust controller design of microvibration isolation platform based on Riccati inequality [J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(4): 340-344.
  - [12] Virgin L N, Santillan S T, Plaut R H. Vibration isolation using extreme geometric nonlinearity [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 315(3): 721-731.
  - [13] 王光远,关新,陈祥,等.双状态非线性隔振器参数设计与试验研究[J].宇航学报,2011,32(1):8-14. WANG Guang-yuan, GUAN Xin, CHEN Xiang, et al. Parameter design and experimental study of a two state nonlinear isolator [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(1): 8-14.
  - [14] 姚正.弹簧-滑动梁隔振器设计研究[D].上海:上海交通大学,2011.
  - [15] 彭献,黎大志.准零刚度隔振器及其弹性特性设计[J].振动、测试与诊断,1997,17(4):44-46. PENG Xian, LI Da-zhi. Quasi-zero stiffness vibration isolators and design for their elastic characteristics [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 1997, 17(4): 44-46.
  - [16] 张建卓,李旦,董申,等.精密仪器用超低频非线性并联隔振系统研究[J].中国机械工程,2004,15(1):69-71. ZHANG Jian-zhuo, LI Dan, DONG Shen, et al. Study on ultra-low frequency parallel connection isolator used for precision instruments [J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(1): 69-71.
  - [17] 路纯红,白鸿柏,杨建春,等.超低频非线性隔振系统的研究[J].噪声与振动控制,2010,30(4):10-13. LU Chun-hong, BAI Hong-bai, YANG Jian-chun, et al. Research on ultra-low-frequency nonlinear vibration isolation system [J]. Noise and Vibration Control, 2010, 30(4): 10-13.
  - [18] 路纯红,白鸿柏.新型超低频非线性被动隔振系统的设计[J].振动与冲击,2011,30(1):234-236. LU Chun-hong, BAI Hong-bai. A new type nonlinear ultra-low frequency passive vibration isolation system [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(1): 234-236.