

柱状和层状结构磁流变弹性体剪切模量的数值计算*

朱应顺, 龚兴龙, 张培强

(中国科学技术大学 力学和机械工程系, 中科院材料力学行为与设计重点实验室, 安徽 合肥 230027)

摘要: 从颗粒间的磁相互作用能出发, 计算了磁流变弹性体的磁致剪切模量。考虑了链内颗粒和相邻链中颗粒的影响, 修正了磁流变弹性体的磁偶极子模型。构建了体心立方结构和简单立方结构计算模型, 分别考虑了柱和层状聚集结构的大小以及其间距, 对含柱状结构和层状结构的磁流变弹性体的力学性能进行了计算。计算结果表明, 单层模型的磁流变弹性体磁致剪切模量比单链模型的预报值高约 48%。在提高磁流变弹性体的磁致剪切模量方面, 层状结构优于柱状结构。

关键词: 磁流变弹性体; 剪切模量; 磁偶极子

中图分类号: O326; TB381

文献标识码: A

文章编号: 1001-9731(2006)05-0720-03

1 引言

磁流变弹性体是磁流变材料的一个新的分支。它是由橡胶等弹性基体和铁磁性颗粒组成, 混合有铁磁性颗粒的基体在外加磁场作用下固化, 由于磁流变效应, 铁磁性颗粒在磁场方向形成链或柱状等聚集结构。固化后这种有序结构就根植在基体中, 因此它的力学、电学诸性能可以由外加磁场来控制。由于它兼有磁流变材料和弹性体的优点, 又克服了磁流变液沉降、稳定性差等缺点, 因而近年来成为磁流变材料研究的一个热点^[1~5]。

磁场引起的磁流变弹性体的附加剪切模量即磁致剪切模量, 能够反映磁流变弹性体可控性能的大小, 是其主要力学性能指标之一。Davis 通过理论计算发现, 磁流变弹性体中颗粒的最佳体积比浓度为 27%, 此时磁饱和后其剪切模量相对改变量约为 50%^[1]。在当前条件下制备出的磁流变弹性体的可控性仍然十分有限, 限制了它在工程中的广泛应用。

目前的磁流变弹性体计算模型局限于单链模型^[1~4], 忽略了相邻链的影响, 无法计及颗粒具体的聚集结构对其力学性能的影响。本文从颗粒间的磁相互作用能出发, 考虑了链内颗粒和相邻链中颗粒的影响, 修正了磁流变弹性体的磁偶极子模型。分别考虑了柱和层状聚集结构的大小以及其间距, 对含柱状结构和层状结构的磁流变弹性体的力学性能进行了计算, 为磁流变弹性体性能的提高提供依据和指导。

2 计算模型

两个磁偶极矩分别为 \vec{m}_1 和 \vec{m}_2 , 相距为 \vec{r} 的磁偶极子, 它们间的磁相互作用能为:

$$E_{12} = \frac{1}{4\pi\mu_0\mu_f} \left(\frac{\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2}{r^3} - \frac{3}{r^5} (\vec{m}_1 \cdot \vec{r})(\vec{m}_2 \cdot \vec{r}) \right) \quad (1)$$

其中 μ_f 为磁流变弹性体中基体的相对磁导率。

假设磁场方向与链起始时的方向一致, 由铁磁性球形颗粒形成的单链是理想的, 颗粒之间的间距相等, 并且颗粒大小相同。假设链与链之间平行等间隔排列。设相邻链与链之间的间隔为 D_0 , 链内颗粒间距为 d_0 , 颗粒半径为 R 。建立三维直角坐标系, 如图 1 所示。记空间任意位置处颗粒坐标为 (x, y, z) 。

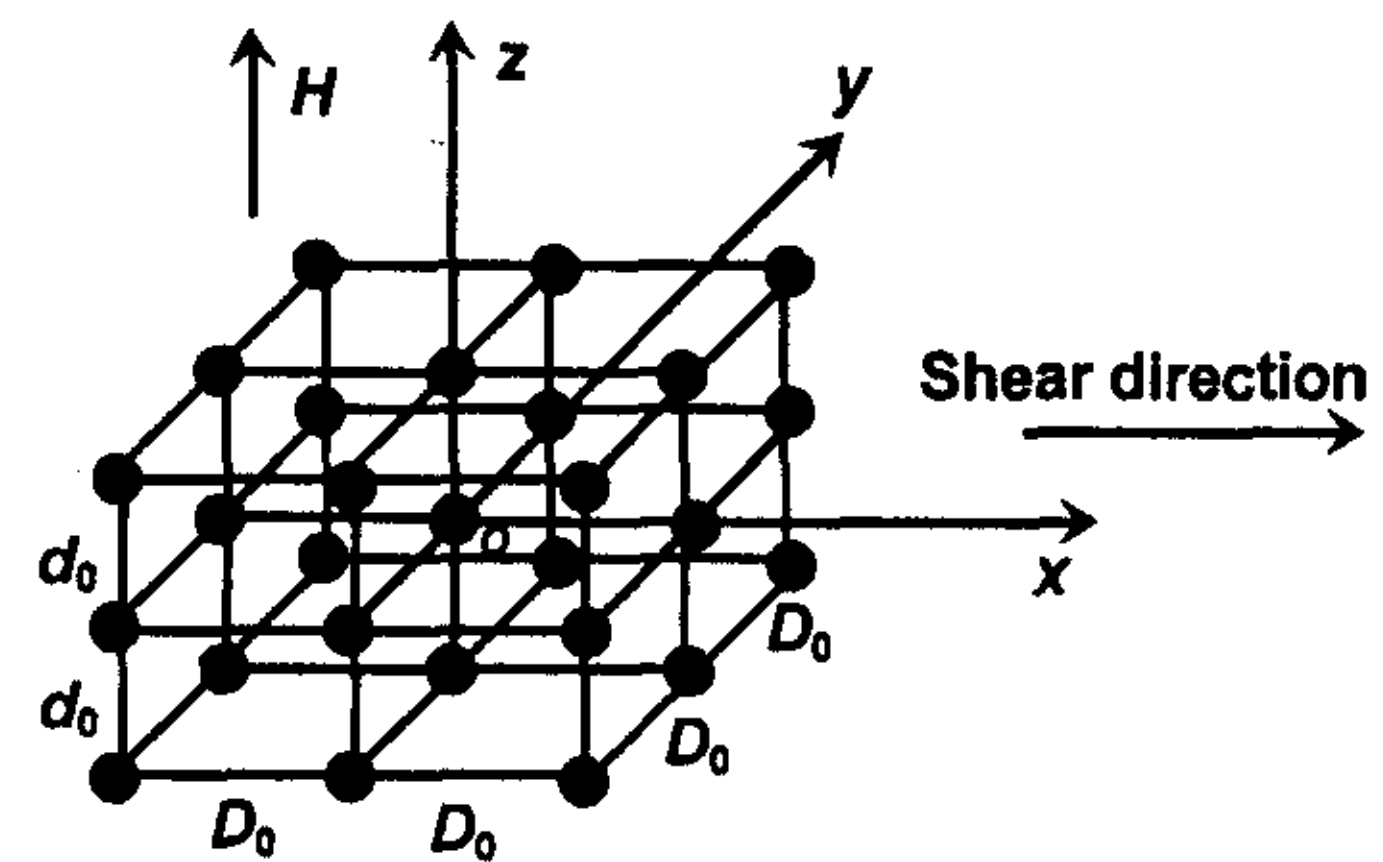


图 1 坐标系示意图

Fig 1 Sketch of cartesian coordinates

设发生剪切变形后, 链偏转角度为 θ 。颗粒磁偶极矩大小相等, 记为 m , 方向与磁场方向一致, 则(1)式变为:

$$E_{12} = \frac{m^2}{4\pi\mu_0\mu_f} \left(\frac{1 - 3\cos^2\theta}{r^3} \right) \quad (2)$$

设剪切在 x 方向, 颗粒只发生 x 方向位移, 记为 u , 则剪应变为 $\gamma = \tan\theta = \frac{u}{z}$, 颗粒新坐标为 $(x + \gamma z, y, z)$, 则:

$$r = ((x + \gamma z)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$\cos^2\theta = \frac{z^2}{((x + \gamma z)^2 + y^2 + z^2)} \quad (4)$$

将式(3)、(4)代入(2)式, 得:

$$E_{12} = \frac{m^2}{4\pi\mu_0\mu_f} \frac{(x + \gamma z)^2 + y^2 - 2z^2}{((x + \gamma z)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (5)$$

对(5)式求和就可以得到位于坐标原点处的颗粒受到的磁相互作用能总和:

* 基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20050358010)

收到初稿日期: 2005-12-15

收到修改稿日期: 2006-02-07

通讯作者: 龚兴龙

作者简介: 朱应顺 (1981-), 男, 江苏淮安人, 在读硕士, 师承龚兴龙教授, 从事磁流变材料的研究。

$$E = \sum \frac{m^2}{4\pi\mu_0\mu_f} \frac{(x+\gamma z)^2 + y^2 - 2z^2}{((x+\gamma z)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (6)$$

其中 Σ 表示对空间各处颗粒求和。

$$E_d = \frac{\frac{\phi V/2}{4\pi R^3/3} E}{V} = \frac{3\phi}{8\pi R^3} E = \frac{3m^2\phi}{32\pi\mu_0\mu_f R^3} \sum \frac{(x+\gamma z)^2 + y^2 - 2z^2}{((x+\gamma z)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (7)$$

上式对剪切应变 γ 求导,即可得到磁场引起的附加剪切应力。磁流变弹性体中铁磁颗粒总数为有限

$$\tau = \frac{\partial E_d}{\partial \gamma} = \frac{9m^2\phi}{32\pi^2\mu_0\mu_f R^3} \sum \frac{z(x+\gamma z)(4z^2 - (x+\gamma z)^2 - y^2)}{((x+\gamma z)^2 + y^2 + z^2)^{\frac{7}{2}}} \quad (8)$$

记 $x=kD_0, y=lD_0, z=nD_0$,由于链平行等间距排列,故 k, l, n 都为整数。令 $\lambda = \frac{D_0}{d_0}$,式(8)除以剪应变可得:

$$\Delta G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{9m^2\phi}{32\pi^2\mu_0\mu_f d_0^3 R^3} \sum_{k=-k_{\max}}^{k_{\max}} \sum_{l=-l_{\max}}^{l_{\max}} \sum_{n=-n_{\max}}^{n_{\max}} \frac{n(k\lambda + \gamma n)(4n^2 - (k\lambda + \gamma n)^2 - (\lambda)^2)}{((k\lambda + \gamma n)^2 + (\lambda)^2 + n^2)^{\frac{7}{2}}} \quad (9)$$

($k_{\max}D_0, l_{\max}D_0, n_{\max}d_0$)为所考虑空间范围内离坐标原点最远处颗粒的坐标值。上式即为考虑了周围链影响后的磁流变弹性体磁致剪切模量的计算公式。

按照传统的单链模型偶极子理论,磁流变弹性体的磁致剪切模量为^[1~3]:

$$r = \frac{\Delta G}{\Delta G'} = \frac{1}{8\zeta\gamma} \sum_{k=-k_{\max}}^{k_{\max}} \sum_{l=-l_{\max}}^{l_{\max}} \sum_{n=-n_{\max}}^{n_{\max}} \frac{n(k\lambda + \gamma n)(4n^2 - (k\lambda + \gamma n)^2 - (\lambda)^2)}{((k\lambda + \gamma n)^2 + (\lambda)^2 + n^2)^{\frac{7}{2}}} \quad (11)$$

3 柱状结构的磁致剪切模量分析

对于磁流变液,球形颗粒稳定聚集结构为体心立方(BCT)结构^[6]。由于磁流变弹性体与磁流变液的相似性,可认为磁流变弹性体在固化过程中,链会聚集成柱状结构,并且在柱状结构内部,颗粒按BCT结构堆积。

对于BCT单元,其3个方向长度比为 $\sqrt{6} : \sqrt{6} : 2$,且最短的边所在方向为链的方向。BCT单元扩展后,即为两系列的平行等间距链,只不过两系列链在3个方向上互相错开此方向的单位距离。

由于柱内不同链中的颗粒受到的磁相互作用能不同,求磁流变弹性体中的磁能密度时,对不同链中颗粒的磁相互作用能作了平均。

假设柱与柱之间平行等间隔排列,柱在链方向也就是沿磁场方向无限长,但在垂直于磁场方向长度有限。不失一般性,假设垂直于磁场方向,单个柱由 N^2 个BCT单元组成,即单方向上含有 N 个BCT单元。

设链内相邻颗粒距离 $d_0 = \alpha R$,则垂直于磁场方向单位截面内链的总数为:

$$\text{total} = \frac{\phi\alpha R}{4/3\pi R^3} = \frac{3\phi\alpha}{4\pi R^2} \quad (12)$$

计算得到相邻柱与柱之间距离为:

$$d_{\text{柱}} = \sqrt{\frac{4\pi R^2((N+1)^2 + N^2)}{3\phi\alpha}} \quad (13)$$

从而,可以定出各个柱中链的位置。应用(11)式,对柱内颗粒和周围柱中颗粒求和。限于计算量,计算

体积为 V ,颗粒体积比浓度为 ϕ 的弹性体中磁能密度为:

值,交换求和与求导的顺序,有:

$$\Delta G' = \frac{9m^2\phi\zeta}{4\pi^2\mu_0\mu_f d_0^3 R^3} \quad (10)$$

其中, $\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \approx 1.202$ 。上面两式相比得:

时只考虑了周围20层柱的影响。

对于链内颗粒间距较小的情况,不妨假设 $d_0 = 2R$ 。给定颗粒体积比浓度 $\phi = 0.3$,计算得到的修正模型与传统模型的磁致剪切模量比值 r 随 N 变化关系如图2所示。

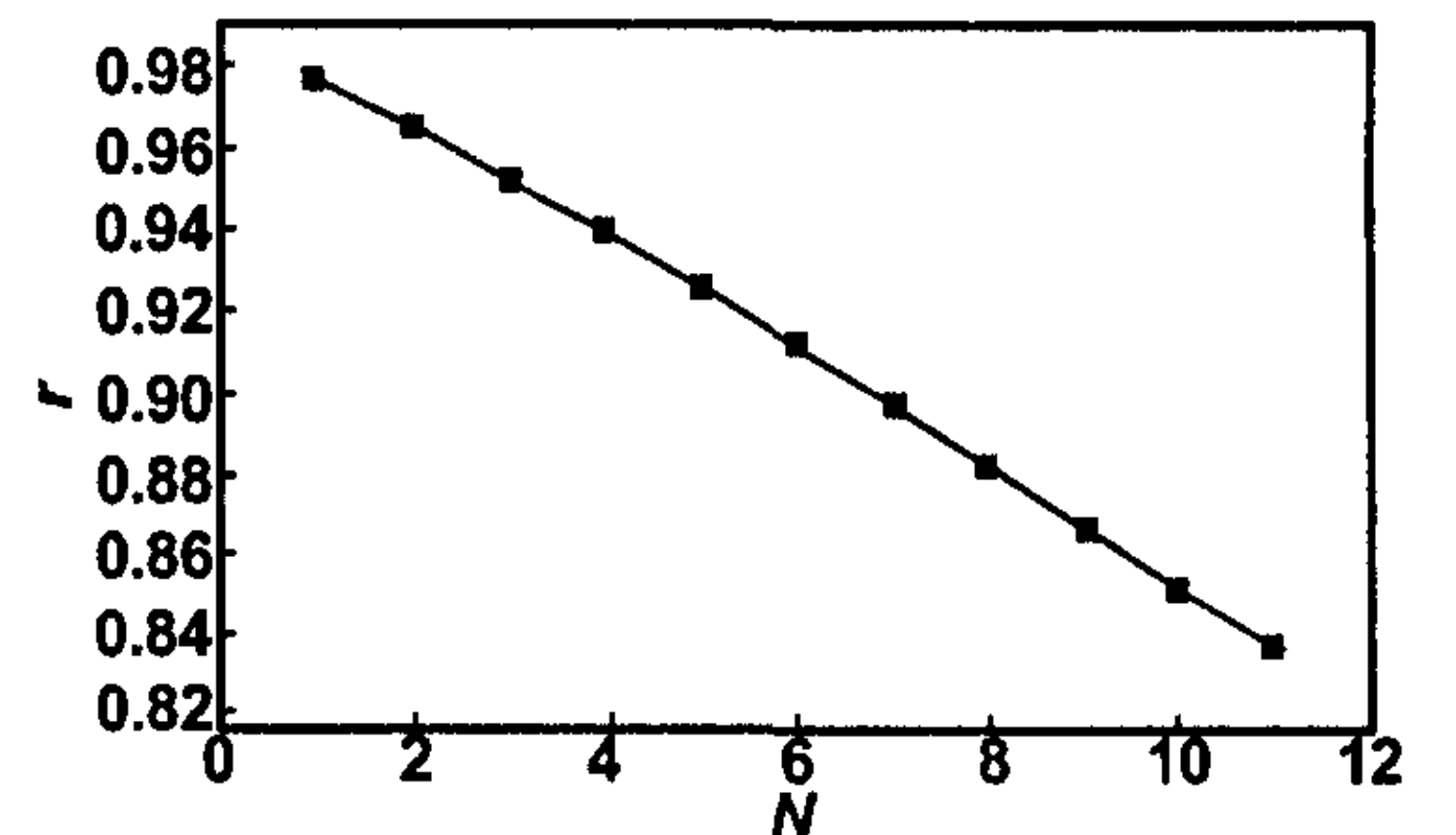


图2 两种模型计算得到磁致剪切模量的比值
Fig 2 Ratio of the magnetic-induced shear modulus calculated from two models

可见,对于柱状结构,单链模型高估了磁流变弹性体的磁致剪切模量。柱内链数越多,也就是柱越粗时,两种模型差别越大。磁致剪切模量有随着柱内链数增加而下降的趋势,故制备磁流变弹性体时,应尽量避免链与链之间聚集成粗柱。

4 层状结构的磁致剪切模量分析

目前文献中所报道的磁流变弹性体,大都是在单向定磁场下制备出来的,铁磁颗粒只能形成链或柱状聚集结构。仅周刚毅在其博士论文中提出了在橡胶固化过程中加入旋转磁场,使得颗粒形成层状分布^[7]。

周刚毅通过计算发现,单场下制备的磁流变弹性体的剪切模量随磁场的改变量远大于旋转场下制备的磁流变弹性体。然而,其计算有局限性,他假设外加磁场垂直于层状结构,剪切方向沿着层的方向。

由磁流变液理论知,在外加旋转磁场作用下颗粒会形成规则的周期性层状聚集结构^[8]。如果在磁流变弹性体制备过程中引入旋转磁场,并将颗粒形成的层状结构固定在基体中,这样就制备出了含层状结构的磁流变弹性体。不过,与传统应用方法相似,磁流变弹性体处于工作状态时,应该使外加磁场方向与层状结构所在的方向即制备时磁场方向一致,而剪切方向应垂直于层状结构。

首先仿照传统的单链模型,建立单层模型。假设层的厚度为单个颗粒,只考虑层内颗粒的影响。即在(11)式中,令 $k=0$,对 l, n 求和。计算显示收敛性很好,层在 y, z 方向很大时,有 $r=1.48$,即单层模型的磁流变弹性体磁致剪切模量比单链模型的预报值高大约48%。

下面考虑层有一定的厚度以及其它层的影响进行计算。

假设颗粒在层内部按简单立方(SC)结构堆积,单层中垂直于层方向的简单立方单元体的个数为 N ,可得层的间距为:

$$D = \frac{(N+1)\pi R}{3\varphi} \quad (14)$$

其中, R 为铁磁颗粒的半径, φ 为其体积比浓度。 φ 为0.3时,修正模型与传统模型的磁致剪切模量比值 r 随 N 变化关系见图3。

假设颗粒在层内部按体心立方(BCT)结构堆积,层内垂直于层方向的体心立方单元体的个数为 N ,可得层的间距为:

$$D = \frac{(2N+1)\pi R}{3.6742\varphi} \quad (15)$$

φ 为0.3时, r 随 N 变化关系也如图3所示。

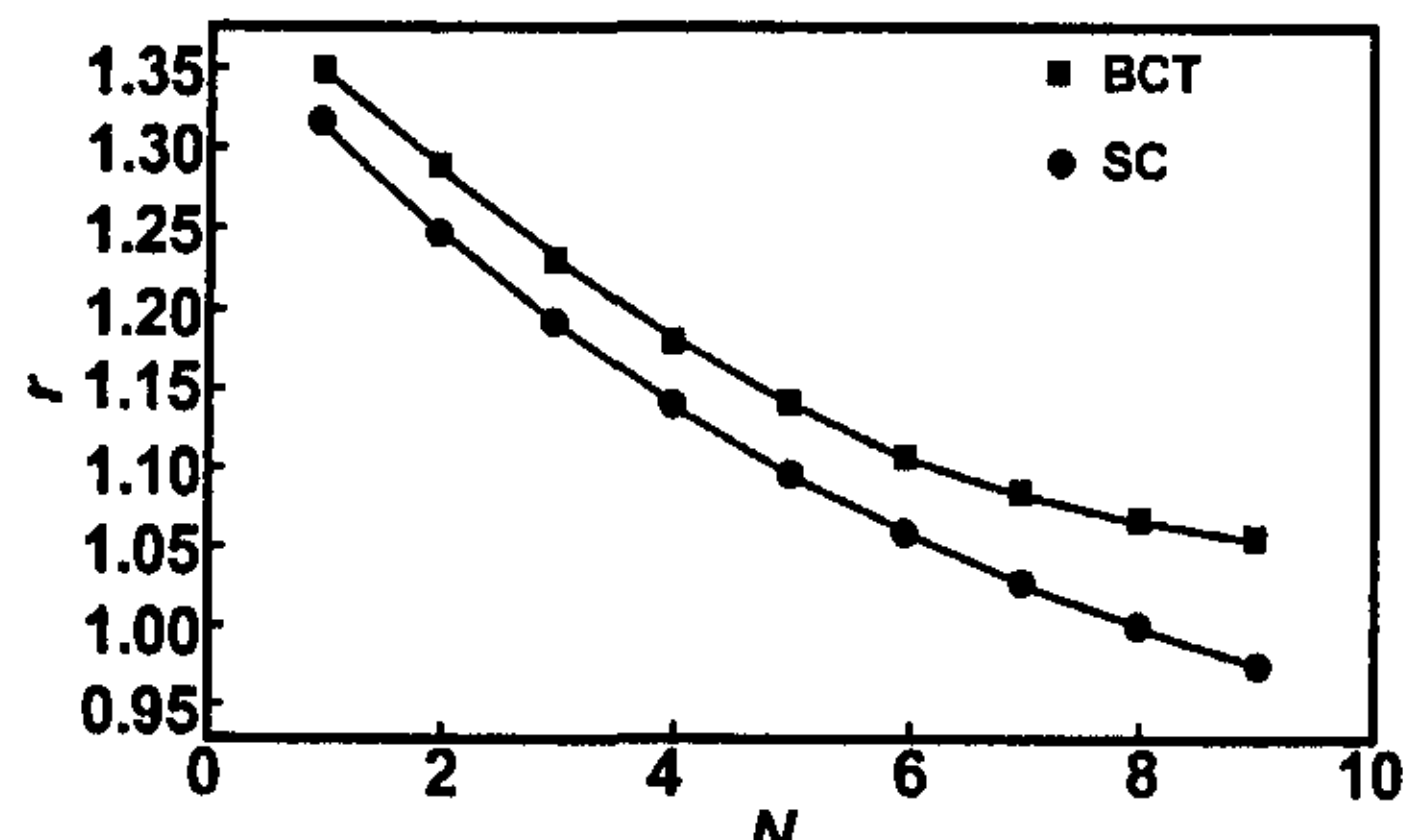


图3 层状结构两种模型计算得到的磁致剪切模量的比值

Fig 3 Ratio of the magnetic-induced shear modulus calculated from two models for layered structures

由图3可知,颗粒按BCT方式堆积时,其磁致剪切模量比按SC方式堆积的要大,且磁流变弹性体磁致剪切模量会随着层的厚度的增加而减小。比较图2

和4可知,含层状结构的磁流变弹性体,其磁致剪切模量明显高于按传统方法制备得到的含柱状结构的磁流变弹性体。

φ 为0.2时,柱状和层状结构的磁流变弹性体,其磁致剪切模量对比见图4。

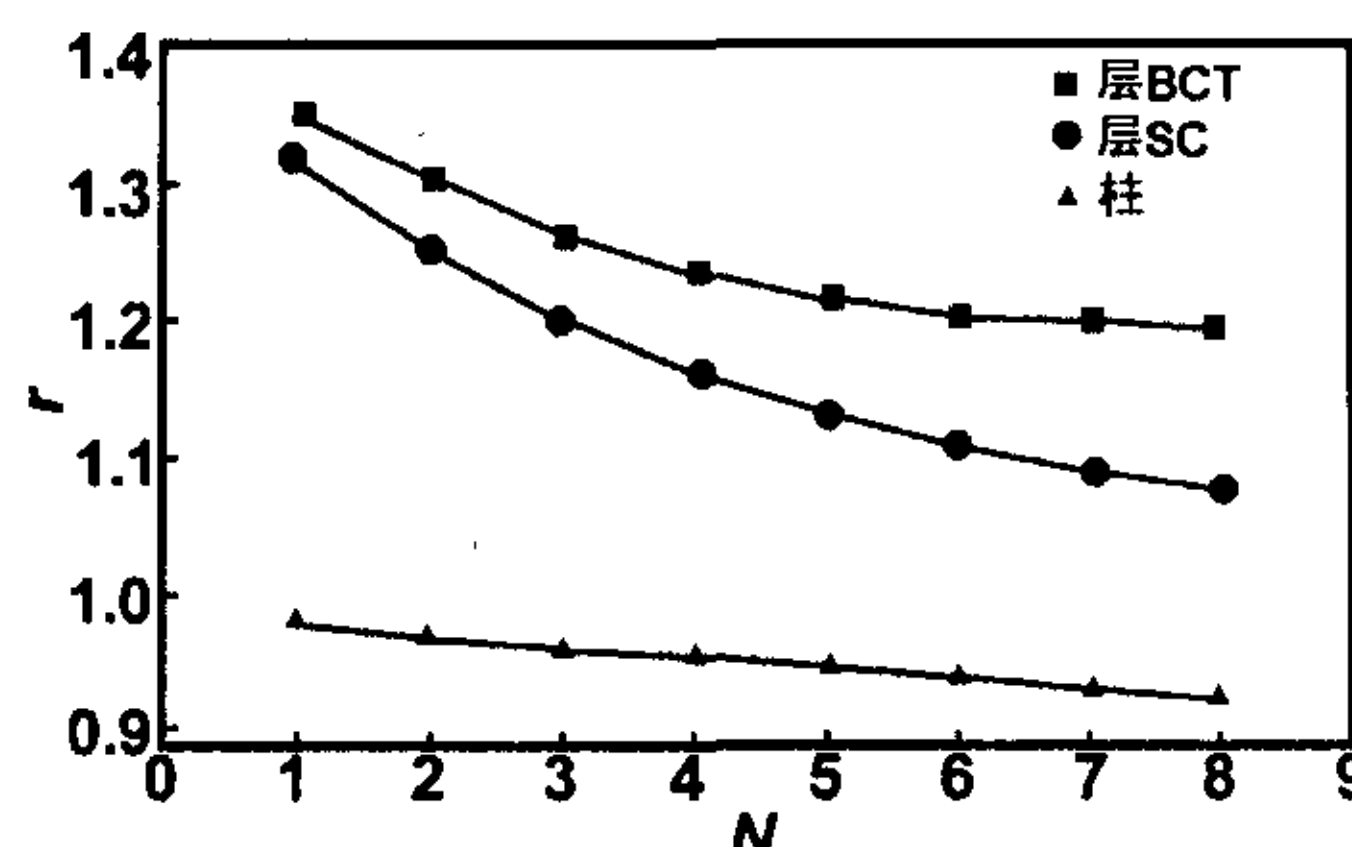


图4 柱状和层状结构的磁致剪切模量比较图

Fig 4 Comparison of magnetic-induced shear modulus calculated from columnar and layered structures

从图中可见,不管聚集结构大小如何,柱状结构的曲线始终位于层状结构的下方。可见,颗粒体积比浓度相同时,在提高磁流变弹性体的磁致剪切模量方面,层状结构优于柱状结构。Rosensweig^[9]运用平均场理论,对磁流变液的计算结果表明,含层状结构的磁流变液,其屈服应力比含柱状结构的要大。磁流变液和磁流变弹性体的计算结果是一致的。然而,形成层状结构是有一定条件的。对于磁流变液,在保证层状结构形成的同时,又要使其处于工作状态,实现起来是很困难的。而磁流变弹性体则克服了这一个缺点,磁场诱导形成层状结构后,橡胶等基体固化将规则的层状结构固定下来,然后再将其应用于工作场合,沿着层方向施加单向强磁场用以控制材料的力学性质,实现起来较为容易。

5 结 论

(1) 单层模型的磁流变弹性体磁致剪切模量比单链模型的预报值高约48%。

(2) 颗粒体积比浓度相同时,柱内颗粒按体心立方结构堆积,层内颗粒按体心立方或简单立方结构堆积,在提高磁流变弹性体的磁致剪切模量方面,层状结构优于柱状结构。

(3) 磁流变弹性体磁致剪切模量会随着柱的大小及层的厚度的增加而减小,故柱的大小及层的厚度以较小为宜。

致谢:感谢中国科学院“百人计划”项目的大力支持!

参考文献:

- [1] Davis L C. [J]. J Appl Phys, 1999, 85: 3348-3351.
- [2] Shiga T, Okada A, Kurauchi T. [J]. J Appl Polym Sci, 1995, 58: 787-792.
- [3] Jolly M R, Carlson J D. [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1996, 7: 613-622.

(下转第726页)

7 结 论

(1) 本文的磁流变振动台可以调幅、调频和调阻尼,是研究半主动控制的理想的装置。

(2) 当输出信号中的随机信号受到零均值、非高斯白噪声干扰,利用输出信号中的有色噪声,建立了系统的三阶累积量函数的时序模型,是研究磁流变振动台建模的一种有效方法。

(3) AR 双谱函数属参数建模,不受采样窗口限制,图形表面光滑,能提高双谱分辨率。

(4) 双谱能获得信号的二次相位耦合。它既给出能量与频率分布的关系,又提供其相位信息,在三角区域 $\omega_2 \geq 0, \omega_1 \geq \omega_2, (\omega_1 + \omega_2) \leq \pi$ 中,出现功率谱中没有的峰值,说明振动台的频率特性中,存在相位耦合,这对研究非线性的磁流变振动系统,改进设计与控制具有特别意义。

(5) 本文研制的磁流变减振装置,随着控制电流的变大,双谱峰从远离 $\omega_1 = \omega_2 = 0$ 点向原点靠拢,而且

峰值越来越陡。

(6) 用双谱重构功率谱,可以抑制高斯有色噪声的干扰,获得高质量的能量分布信息。

参考文献:

- [1] Ying Z G, Ni Y Q, Ko J M. [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(1-2): 373-388.
- [2] Xia P Q. [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 266(5): 1009-1023.
- [3] 廖昌荣, 陈伟民, 余 森, 等. [J]. 中国机械工程, 2002, 13(9): 723-726.
- [4] 翁建生, 胡海岩, 张庙康. [J]. 应用力学学报, 2000, 17(3): 1-5.
- [5] Yang G Q. Large-Scale Magnetorheological Fluid Damper for Vibration Mitigation: Modeling, Testing and Control [D]. Indiana: University of Notre Dame, 2001.
- [6] 张贤达. 时间序列分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999. 11-13.
- [7] Collis W B, White P B, Hammond J K. [J]. Mechanical System and Signal Processing, 1998, 12(3): 375-394.

Autoregressive bispectrum analysis of magnetorheological damping device

HUANG Yi-jian, LUY Xiao-mei, CHEN Bing-san, YANG Guang-sheng, TIAN Tian-cheng

(College of Mechanical Engineering & Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

Abstract: This paper presents a magnetorheological damping device is made up of a new amplitude controller, the signal collecting device, computer software for dynamic analysis, magnetorheological damper et al. When a zero mean and non-Gaussian white noise interferes with the device, a time series model, proposed as AR (autoregressive) model, is conducted by using the sampled experimental data. Bispectrum analysis is emerging as a new powerful technique in signal processing, which can describe nonlinear coupling, restrain Gaussian noise and reserve phase component. AR bispectrum are put forward for investigating the dynamic characteristics of the magnetorheological vibrant device. It is indicated that the AR bispectrum spectrum analysis methods are feasible and effective for investigation of magnetorheological vibrant device.

Key words: magnetorheological fluids; damper; vibration; autoregressive model; bispectrum

(上接第 722 页)

- [4] Shen Y, Golnaraghi M F, Heppler G R. [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2004, 15(1): 27-35.
- [5] Gong X L, Zhang X Z, Zhang P Q. [J]. Polymer Testing, 2005, 24(5): 669-676.
- [6] Zhou Lei, Wen Weijia, Sheng Ping. [J]. Physical Review

Letters, 1998, 81: 1509-1512.

- [7] 周刚毅. MR Elastomer 的力学性能研究以及平面旋转场下 MRF 的结构分析[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2002.
- [8] Volkova O, Cutillas S, Carletto P, et al. [J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1999, 201: 66-69.
- [9] Rosensweig R E. [J]. J Rheol, 1995, 39(1): 179-192.

Numerical calculation on shear modulus of magnetorheological elastomers with columnar or layered structures

ZHU Ying-shun, GONG Xing-long, ZHANG Pei-qiang

(CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, Department of

Mechanics and Mechanical Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Based on the magnetic interaction energy, a model was proposed to compute the magnetic-induced shear modulus of magnetorheological elastomers. Taking into account the influences of particles in the same chain and the particles in all adjacent chains, the traditional magnetic dipole model of the magnetorheological elastomers was modified. Making certain the size of the columns and the layers, the distance between adjacent aggregates, after constructing the computational model of body-centered tetragonal and simple cubic structures, the mechanical properties of the magnetorheological elastomers composed of columnar and layered structures were analyzed. Results show that, the predicted magnetic-induced shear modulus of the single-layer model is 48% higher than the conventional single-chain model. From the point of increasing the magnetic-induced shear modulus, the layered structures exhibit better result than the columnar structures.

Key words: magnetorheological elastomers; shear modulus; magnetic dipole model